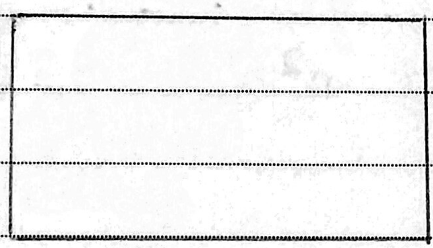
05/10/2017

Κακοί Αριθμοί

Π.χ $13, 666, 17$

Το 17 θεωρείται κακός αριθμός από τους πυθαγόρειους γιατί χωρίζει το 16 και 18.



$$\alpha, b \in \mathbb{N}$$

$$\left.\begin{array}{l} E = \alpha \cdot b \\ \Pi = 2\alpha + 2b = 2(\alpha + b) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

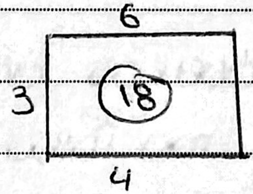
$$\alpha b = 2(\alpha + b) \Rightarrow \alpha b - 2\alpha - 2b = 0 \Rightarrow$$

$$(\alpha - 2)(b - 2) = 4$$

$4 \cdot 1$ $2 \cdot 2$

1η: $\alpha - 2 = 1 \Rightarrow$ $b - 2 = 4$

$\alpha = 3$ $b = 6$

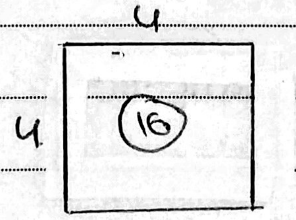


$\Pi = 18$

$E = 18$

2η: $\alpha - 2 = 2 \Rightarrow$ $b - 2 = 2$

$\alpha = 4$ $b = 4$



$\Pi = 16$

$E = 16$

3η: $\alpha - 2 = 4 \Rightarrow$ $b - 2 = 1$

$\alpha = 6$ $b = 3$

Πρώτοι Αριθμοί:

Πρώτος λέγεται ένας φυσικός αριθμός αν έχει ακριβώς δυο διαιρέτες (το 1 και τον εαυτό τους)

Π.χ 2 που είναι ο μοναδικός άρτιος πρώτος αριθμός
3, 5, 7, 11, 13, 15, 17, 19, 23

γ Υπάρχουν άπειροι σε πλήθος πρώτοι αριθμοί
Πρώτοι αριθμοί που απέχουν δυο μεταξύ τους λέγονται δίδυμοι: Π.χ 3,5

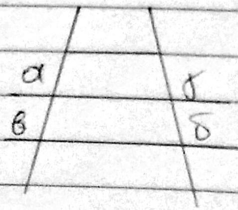
→ Οι μόνοι πρώτοι που απέχουν μεταξύ τους κατά 1 αριθμό είναι το 2 και το 3.

→ Οι άρτιοι αριθμοί μπορούν μπορούν να γραφούν ως άθροισμα δυο πρώτων, αυτό ισχύει μέχρι $4 \cdot 10^{23}$
Εικασία του Goldbach υποθέτει ότι μπορεί όλοι οι άρτιοι να είναι αθροισμα δυο πρώτων.
Το σωστό ακόμη δεν έχει αποδειχθεί

→ Οι περιττοί αριθμοί μεγαλύτεροι του 7 μπορούν να γραφούν ως άθροισμα τριών πρώτων. (Αποδείχτηκε πριν 3 χρό
Θεώρημα:
Καθε περιττός αριθμός μεγαλύτερος του 7 είναι άθροισμα τριών πρώτων.

Ρητοί Q: $(\frac{m}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N})$
ή $n \in \mathbb{Z}-\{0\}$

Θεώρημα Θαλή



$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}.$$

Ρητοί $\mathbb{Q}$:

$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$, $m, n \in \mathbb{N}$ και χωρίς βλάβη της γενικότητας υποθέτουμε ότι ένας τουλάχιστον από τους m, n είναι περιττός.

$m^2 = 2n^2$

άρτιος

διότι το τετράγωνο του είναι άρτιος

(απόδειξε ο Αριστοτέλης)

δηλ. m^2 = άρτιος => m = άρτιος

$m = 2k \Rightarrow (2k)^2 = 2n^2 \Rightarrow 4k^2 = 2n^2$

$n^2 = 2k \Rightarrow n^2$ άρτιος => n άρτιος

ΑΤΟΠΟ => $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Άρρητοι: $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$: $\sqrt{2}$

Ένδοξος -> Πραγματικούς Αριθμούς.

$\boxed{r \in \mathbb{R}}$

Αλγεβρικούς	Υπερβατικούς
Αλγεβρικοί λέγονται οι πραγματικοί αριθμοί που είναι λύσεις (ρίζες) πολυωνυμικών εξισώσεων με ακέραιους συντελεστές	Οι πραγματικοί που δεν είναι αλγεβρικοί. (π, e) (είναι περισσότεροι σε σχέση με αλγεβρικοί.)

$nx - m = 0$ $\quad x = \frac{m}{n}$. Οι ρητοί αριθμοί είναι αλγεβρικοί

$\boxed{\sqrt{2}}$ $\quad x^2 - 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$ αλγεβρικός αριθμός.

π.χ. $\sqrt[3]{7+\sqrt{5}+\sqrt[4]{42}+\sqrt[7]{3}}$

2N-σ(άπειρος)

$\mathbb{N}$

$\mathbb{N}_0$

$\mathbb{Z}$

$\mathbb{Q}$

A (όπου A οι αλγεβρικοί αριθμοί)

Έχουν ίδιο πλήθος

$\mathbb{R}$

$\mathbb{R}-\mathbb{Q}$

Y (όπου Y οι υπερβατικοί αριθμοί)

$B \subset \mathbb{R}$, B άπειρο $|\mathbb{Z}| \neq |B|$, $|B| \neq |\mathbb{R}|$

→ Μιγαδικοί Αριθμοί:

$a+bi$ ← φανταστικός αριθμός $\quad a,b\in\mathbb{R}$

πραγ. αριθμός

$$\boxed{\begin{array}{l} i=\sqrt{-1} \\ i^2=-1 \end{array}}$$

Π.χ. $x^2+1=0$ δεν έχει λύση στο $\mathbb{R}$.

$$ax^2+bx+\gamma=0$$

$a,b,\gamma\in\mathbb{R}$: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4a\gamma}}{2a}=$, $b^2-4a\gamma<0$.

$$=\frac{-b\pm i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{όταν } \boxed{\Delta<0}$$

Π.χ. x^2-x+7.

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot 7}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{-27}}{2}=\frac{1\pm i\sqrt{27}}{2}=$$

$\to x_1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{27}i}{2}$

$\to x_2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{27}}{2}i$